

スプリント数学 No.12

関数の凸・凹を"二階微分"で読む ―― 最大・最小と変曲点を一本化する

導入文

増減表を作って最大・最小を求めるだけでは、難関大の「変曲点を求めよ」「凸・凹を論じよ」という設問で手が止まりやすい。大学微積分の二階微分による凸凹判定を習得することで、関数の形を一段深く読み、最適化問題・不等式の証明にも応用が広がる。

講義概要

清光学院の講師陣は、これまでに皆さんと同じ志を持った先輩受験生たちの答案を何千枚も採点し、合否を判定してきました。その視点から設計されたこの授業では、二階微分を「変化率の変化率」として直感化し、凸・凹の定義と判定条件を体系化する。変曲点の求め方、凸凹と最大・最小の関係、不等式証明への応用（Jensenの不等式の入口）まで整理し、難関大の微分応用問題を一本の視点で処理できる力を養う。

授業目標：二階微分を計算の付録から、関数の形を読む主要な道具として使えるようにする。

対象者：高3・浪人生の理系志望者。微分の基本を既習で、難関国公立・医学部の微分応用問題に向けて関数の形を深く読む力をつけたい生徒。

授業時間：授業90分＋演習・質疑応答30分

到達目標：二階微分から凸・凹を判定できる／変曲点の意味と求め方がわかる／凸凹を不等式証明に応用できる

授業構成（90分）＋演習・質疑応答（30分）

授業90分：1 導入：増減表だけでは足りない問題を提示 2 概念導入：二階微分を「変化率の変化率」として直感化 3 凸・凹の定義： $f'' > 0$ ・ $f'' < 0$ の意味を図で整理 4 変曲点：符号が変わる点の意味と求め方 5 最大・最小との関係：一階と二階の判定の使い分け 6 応用：Jensenの不等式の入口を概念的に紹介 7 演習：凸凹・変曲点・不等式の問題を処理

追加30分：変曲点を含む関数のグラフスケッチ演習と、二階微分による最大・最小の判定について質疑応答を行う。

板書・スライド骨子：二階微分の直感／凸・凹の定義と判定条件／変曲点の求め方／Jensenの不等式の入口

課題：関数3題について増減表に加えて凸凹表を作り、変曲点を求めてグラフをスケッチする。

備考：高校・予備校の先生方／編入学試験および大学院受験への橋渡しの基礎確認をしたい方にも対応。