

スプリント数学 No.15

数学的帰納法を"ドミノ倒し"から"構造的証明"へ——強い帰納法・二重帰納法の入口

導入文

数学的帰納法を「 $n=k$ で成立を仮定 $\rightarrow n=k+1$ で示す」という機械的手順だけで覚えていると、難関大で「強い帰納法」「二重帰納法」が必要な問題で手が止まる。大学数学の「帰納法は構造的証明の手法」という視点を持つことで、応用の幅が一気に広がる。

講義概要

清光学院の講師陣は、これまでに皆さんと同じ志を持った先輩受験生たちの答案を何千枚も採点し、合否を判定してきました。その視点から設計されたこの授業では、数学的帰納法を「ドミノ倒し」のイメージから、「全ての自然数について命題が成立する構造的な証明」として再解釈する。強い帰納法 ($n \leq k$ の全てで成立を仮定)・二重帰納法 (2変数への拡張)を体系化し、難関大の数列・不等式・整数問題での帰納法の応用力を養う。

授業目標：数学的帰納法を機械的手順から、構造的証明として柔軟に使える技術へ変える。

対象者：高2後半～高3・浪人生の理系志望者。帰納法の基本を既習で、難関国公立・私立大の帰納法を使う証明問題に対応力をつけたい生徒。

授業時間：授業90分+演習・質疑応答30分

到達目標：帰納法を構造的証明として説明できる／強い帰納法の使い場を判断できる／二重帰納法の枠組みを使える

授業構成 (90分) + 演習・質疑応答 (30分)

授業90分：1 導入：通常の帰納法では対応できない問題を提示 2 再整理：帰納法を「構造的証明」として再定義 3 強い帰納法： $n \leq k$ の全てで仮定が必要な場面と手順 4 二重帰納法：2変数命題への拡張の考え方 5 適用判断：どの形式の帰納法を使うか選ぶ基準 6 演習：強い帰納法・二重帰納法を使う問題群 7 まとめ：「仮定の強さを問題に合わせる」習慣を固定

追加30分：強い帰納法が必要な初見問題を自力で判断して解く演習と、仮定の設定について質疑応答を行う。

板書・スライド骨子：帰納法の構造的定義／強い帰納法の手順と適用場面／二重帰納法の枠組み／適用形式の選択基準

課題：帰納法の問題3題について、解前に「通常・強い・二重のどれを使うか」とその理由を書いてから証明する。

備考：高校・予備校の先生方／編入学試験および大学院受験への橋渡しの基礎確認をしたい方にも対応。