

スプリント数学 No.16

複素数平面を"回転と拡大"で読む ― 積の幾何学的意味を使いこなす

導入文

複素数の計算を代数的に処理するだけでは、難関大の「複素数平面上で図形を描け」「回転を複素数で表せ」という問題で手が止まりやすい。大学数学の「複素数の積＝回転と拡大の合成」という幾何学的視点を持つと、複素数平面の問題が一気に見通しやすくなる。

講義概要

清光学院の講師陣は、これまでに皆さんと同じ志を持った先輩受験生たちの答案を何千枚も採点し、合否を判定してきました。その視点から設計されたこの授業では、複素数をガウス平面上のベクトルとして捉え直し、積の演算を「回転と拡大の合成」として体系化する。偏角と絶対値の意味、ド・モアブルの定理の幾何学的解釈、回転変換・対称変換への応用まで整理し、難関大の複素数平面問題を幾何と代数の両面で処理できる力を養う。

授業目標：複素数を数の計算から、回転と拡大という幾何学的操作として使えるようにする。

対象者：高2後半～高3・浪人生の理系志望者。複素数の計算を既習で、難関国公立・私立大の複素数平面問題に幾何的視点を加えたい生徒。

授業時間：授業90分＋演習・質疑応答30分

到達目標：複素数の積を回転と拡大として説明できる／ド・モアブルの定理を幾何的に理解できる／回転・対称変換を複素数で表現できる

授業構成 (90分) + 演習・質疑応答 (30分)

授業90分：1 導入：代数だけでは見えない問題を提示 2 概念導入：複素数をガウス平面上のベクトルとして捉え直す 3 積の幾何学： $|z_1 z_2| = |z_1| |z_2|$ 、 $\arg(z_1 z_2) = \arg(z_1) + \arg(z_2)$ の意味 4 ド・モアブル：べき乗が回転の繰り返しである直感 5 回転変換： z_0 を中心に θ 回転する変換式の導出 6 対称変換：実軸・虚軸・原点对称を複素数で表現 7 演習：幾何的視点で複素数平面問題を処理

追加30分：回転変換を使う図形問題を複素数で解く演習と、積の幾何的意味の応用について質疑応答を行う。

板書・スライド骨子：ガウス平面の定義／積の回転・拡大の図解／ド・モアブルの幾何的意味／回転・対称変換の式

課題：複素数平面問題3題について、解前に「どの回転・変換を使うか」を図で描いてから計算する。

備考：高校・予備校の先生方／編入学試験および大学院受験への橋渡しの基礎確認をしたい方にも対応。