

スプリント数学 No.17

確率を"組み合わせ論"で深める ― 条件付き確率・ベイズの定理を直感で理解する

導入文

確率の問題で「全事象を書き出して数える」だけでは、医学部入試で頻出の「陽性と診断されたとき本当に病気である確率は？」という問いに答えられない。条件付き確率とベイズの定理を「情報が更新されると確率が変わる」という視点で理解することで、難関大の確率問題と医学応用の両方に対応できる。

講義概要

清光学院の講師陣は、これまでに皆さんと同じ志を持った先輩受験生たちの答案を何千枚も採点し、合否を判定してきました。その視点から設計されたこの授業では、条件付き確率 $P(A|B)$ を「Bが起きたという情報を得たもとでAが起きる確率」として直感化し、乗法定理・全確率の公式・ベイズの定理を体系化する。樹形図・ベン図・ 2×2 表を使った視覚化と、医学的スクリーニング（検査前→検査後確率の更新）への応用まで整理する。

授業目標：確率を数え上げから、条件付き確率とベイズの定理を使って情報更新として理解できる状態へ変える。

対象者：高2後半～高3・浪人生の理系志望者。確率の基本を既習で、難関大の条件付き確率問題・医学応用に備えたい生徒。

授業時間：授業90分+演習・質疑応答30分

到達目標：条件付き確率の定義を直感的に説明できる／ベイズの定理を使って確率を更新できる／医学的文脈での応用を論じられる

授業構成 (90分) + 演習・質疑応答 (30分)

授業90分：1 導入：「陽性ならばほぼ確実に病気」という誤解を提示 2 条件付き確率： $P(A|B)$ の定義を樹形図で直感化 3 乗法定理： $P(A \cap B) = P(B)P(A|B)$ の意味 4 全確率の公式：場合分けして足す構造を整理 5 ベイズの定理：事前確率→事後確率への更新として整理 6 医学応用：スクリーニング検査の陽性的中率をベイズで計算 7 演習：樹形図・ 2×2 表を使った確率問題を処理

追加30分：有病率・感度・特異度の数値を変えてPPVがどう変わるかを計算する演習と、ベイズの直感について質疑応答を行う。

板書・スライド骨子：条件付き確率の定義と樹形図／全確率の公式の構造／ベイズの定理の導出／医学応用（スクリーニング）の計算

課題：スクリーニング問題2題について、ベイズの定理を使って検査後確率を計算し、「陽性でも病気でない可能性」を数値で示す。

備考：高校・予備校の先生方／編入学試験および大学院受験への橋渡しの基礎確認をしたい方にも対応。