

スプリント数学 No.20

確率分布を"母関数"で統一する —— 二項・ポアソン・正規の流れを一本化

📄 新課程対応版（2026年改訂） | 2025年度入学生から適用の学習指導要領に完全対応

📖 導入

二項分布・ポアソン分布・正規分布をそれぞれ別物として学んでいませんか？確率母関数（PGF）と特性関数を使えば、これら3つが「同じ流れ」として統一的に見えます。新課程で必修化された統計的推測の核心です。

🎯 講義概要

清光学院の講師陣は、これまでに皆さんと同じ志を持った先輩受験生たちの答案を何千枚も採点し、合否を判定してきました。その視点から設計されたこの授業では、確率母関数 $G(z)=E[z^X]$ を定義し、二項分布→ポアソン分布→正規分布の極限定理（ポアソン極限・中心極限定理）を統一的に扱います。モーメント母関数の入口まで扱います。

✅ 授業目標（この授業が終わったらできること）

- 確率母関数から期待値・分散を計算できる
- 二項分布 $B(n,p)$ のポアソン極限（ $np=\lambda$ 一定、 $n\rightarrow\infty$ ）を導出できる
- 中心極限定理の意味を直感的に説明できる（新課程必修）

📑 授業構成

1. 確率母関数の定義と $E[X] \cdot E[X^2]$ の導出
2. 二項分布のポアソン極限の証明
3. 中心極限定理と正規近似（新課程対応）
4. 自治医科大・産業医科大の確率問題への応用

📄 課題

$X \sim B(100, 0.02)$ のとき、(1)ポアソン近似で $P(X \geq 3)$ を求めよ。(2)なぜポアソン近似が有効かを $np=2$ を使って説明せよ。