

スプリント数学 No.21

行列を"線形変換"として見る —— 固有値・固有ベクトルで全てが繋がる

📄 新課程対応版（2026年改訂） | 2025年度入学生から適用の学習指導要領に完全対応

 導入

行列の計算（掛け算・逆行列）だけしていませんか？固有値・固有ベクトルを使えば、行列の「本質」が見え、漸化式・微分方程式・量子力学まで同じ言語で語れます。新課程で復活した行列の核心です。

 講義概要

清光学院の講師陣は、これまでに皆さんと同じ志を持った先輩受験生たちの答案を何千枚も採点し、合否を判定してきました。その視点から設計されたこの授業では、行列を「空間の変換」として再定義し、固有値・固有ベクトルの意味（変換の「不変の方向」）を視覚的・代数的に理解します。対角化・行列の冪・連立漸化式への応用まで扱います。

 授業目標（この授業が終わったらできること）

- 固有値方程式 $Av = \lambda v$ の意味を幾何学的に説明できる
- 2×2 行列の固有値・固有ベクトルを求め、対角化できる
- 行列の冪 A^n を対角化を使って計算できる（新課程対応）

 授業構成

1. 行列を「変換」として再解釈
2. 固有値・固有ベクトルの定義と計算法
3. 対角化と行列の冪
4. 連立漸化式への応用（新課程：数学Cの行列）

 課題

行列 $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ の固有値・固有ベクトルを求め、 A^{10} を計算せよ。さらに「固有ベクトルの方向が変換で保たれる」ことを図を使って説明せよ。