

保護者・学生のためのより詳しい説明

実際の入試問題を使って、この講座の効果をご説明します

1/10

スプリント数学 No.7

整数論の入口 —— 合同式で余りの問題を一瞬で処理する

★ 清光学院の講師は、大学教員としてこれまでに皆さんのお子さんと同じ志を持った先輩受験生たちの答案を何十年も採点し合否判定を行ってきた当事者です。整数問題で「余りを丁寧に場合分けして列挙する」答案と、合同式を使って見通しよく処理した答案の評価の差を、採点者として繰り返し目にしてきた。その実感が、この講座の根拠です。

1. この講座が有効な入試問題のタイプ

① 余りに関する整数問題

東京大学・京都大学・東北大学の数学では、「 n を整数とするとき \sim を3で割った余りを求めよ」「 \sim が整数となる条件を示せ」という問題が出題される。合同式(mod記法)を使える受験生は、場合分けの列挙という迷路に入らず、代数的に処理できる。

② 素数・互いに素の条件を証明する問題

「 p, q が素数のとき \sim を示せ」という証明問題は、大阪公立大学・横浜国立大学・慶應義塾大学理工学部で出題される。合同式と整数論の基本的視点を持つ受験生は、記述の論理が一本化される。

③ 数列・組み合わせと整数の融合問題

整数の性質が数列・確率と絡む融合問題は、旧帝大で定期的に出題される。合同式で余りのパターンを見通せる受験生は、初見問題でも方針が立つ。

2. 具体的な大学・学部との対応

大学・学部	出題の傾向	本講座との対応
東京大学 理科	余り・整数条件の記述証明問題	合同式が証明の論理を一本化する
京都大学 理系	素数・互いに素の条件を使う問題	整数論の視点が記述答案の質を高める
大阪公立大学 理学部・工学部	余りの場合分け問題	合同式が場合分けの列挙を根本から省略する
慶應義塾大学 理工学部	整数の性質を使った計算・証明問題	mod記法が処理速度と論述力の両方に効く
理工系推薦・総合型選抜(全般)	「合同式とはどういう道具か」型の口頭試問	採点者(大学教員)に整数論の素養を示せる

3. なぜ差がつくのか・受講後に期待できる変化

整数問題を「余りの場合を全部列挙する」アプローチで解く受験生は、問題が複雑になると計算量が爆発する。授業の詳細な内容はここでは述べないが、受講後には(1)余りに関する問題を見たとき合同式で方針を立てられる、(2)整数の証明問題で論理が一本化された答案が書ける、(3)口頭試問で合同式の意味を即座に説明できる、という変化が起きる。

これまでに皆さんのお子さんと同じ志を持った先輩受験生たちの答案を何十年も採点してきた清光学院の講師陣は、整数問題で「場合列挙の答案」と「合同式で処理した答案」の評価の差がいかに大きいかを採点者として知っている。その実感が、この講座の根拠である。