

スプリント数学 No.7

整数論の入口 —— 合同式で余りの問題を一瞬で処理する

導入文

余りに関する問題を地道に場合分けして解いていると、難関大では時間が足りなくなる。大学整数論の「合同式 (mod)」を使えば、余りの計算が代数的に処理でき、桁数が大きい数の余りや規則性の問題が一瞬で解けるようになる。

講義概要

清光学院の講師陣は、これまでに皆さんと同じ志を持った先輩受験生たちの答案を何千枚も採点し、合否を判定してきました。その視点から設計されたこの授業では、合同式の定義・基本性質（加法・乗法・累乗の合同）を高校生向けに整理し、典型的な余りの問題・整数の性質問題・規則性問題を合同式で処理する技術を体系化する。フェルマーの小定理の入口まで紹介し、難関大整数問題の見通しを大幅に改善する。

授業目標：余りの問題を場合分けの列挙から、合同式による代数的処理へ移行させる。

対象者：高2後半～高3・浪人生の理系志望者。整数の基本を既習で、難関国公立・私立大の整数問題に合同式を活用したい生徒。

授業時間：授業90分＋演習・質疑応答30分

到達目標：合同式の基本性質を使いこなせる／累乗の余りを合同式で処理できる／整数問題の方針を合同式から立てられる

授業構成 (90分) + 演習・質疑応答 (30分)

授業90分：1 導入：場合分けが膨大になる典型例を提示 2 概念導入：合同式の定義と直感的意味 3 性質：加法・乗法・累乗の合同を整理 4 核心：大きな数の余りを合同式で処理 5 発展：フェルマーの小定理の入口を紹介 6 演習：典型整数問題を合同式で解く 7 まとめ：「まずmodで見る」習慣を固定

追加30分：初見の余り問題で合同式を設定する演習を行い、累乗の処理と規則性の読み方について質疑応答を行う。

板書・スライド骨子：合同式の定義と記法／加法・乗法・累乗の合同／大きな数の余りの処理手順／フェルマーの小定理の入口

課題：整数問題5題について、合同式を使った解法と場合分け解法を両方書き、処理速度を比較する。

備考：高校・予備校の先生方／編入学試験および大学院受験への橋渡しの基礎確認をしたい方にも対応。