

# 保護者・学生のためのより詳しい説明

実際の入試問題を使って、この講座の効果をご説明します

1/10

## スプリント数学 No.9

### 極限を" $\varepsilon - \delta$ の感覚"で見ると —— 無限小・無限大を厳密に扱う入口

★ 清光学院の講師は、大学教員としてこれまでに皆さんのお子さんと同じ志を持った先輩受験生たちの答案を何十年も採点し合否判定を行ってきた当事者です。極限の問題で「直感的に0に近づく」という曖昧な記述で終わる答案と、 $\varepsilon - \delta$ の論理で厳密に論じた答案の評価の差を、採点者として繰り返し目にしてきました。

#### 1. この講座が有効な入試問題のタイプ

##### ① 極限値の厳密な論述問題

東京大学・京都大学の数学では、「 $\lim(x \rightarrow 0) \sim$ を証明せよ」という極限の厳密な証明問題が出題される。 $\varepsilon - \delta$ の感覚を持つ受験生は、「十分小さい $\varepsilon$ に対して…」という採点者（大学教員）が求める記述の論理で答案を書ける。

##### ② 無限大・発散を扱う数列問題

「数列 $\{a_n\}$ が $\infty$ に発散することを示せ」という問題は、東北大学・北海道大学の数学で出題される。発散の定義を $\varepsilon - \delta$ 的に使える受験生は、直感的な説明との差を採点者に示せる。

##### ③ 推薦・総合型選抜の口頭試問

「極限とは何か」という問いは、理工系推薦入試の口頭試問で定番である。「任意の $\varepsilon$ に対して $\delta$ が存在する」という論理の枠組みを持つ受験生は、採点者（大学教員）に際立つ。

#### 2. 具体的な大学・学部との対応

大学・学部	出題の傾向	本講座との対応
東京大学・京都大学 理科	極限の厳密な証明問題	$\varepsilon - \delta$ の論理が採点者の求める記述を可能にする
東北大学・北海道大学 理系	発散・収束の論述問題	定義に基づく論述が答案の質を高める
大阪公立大学 理学部	極限値の計算と論述問題	直感から厳密さへの移行が記述力を高める
理工系推薦・総合型選抜（全般）	「極限とは何か」型の口頭試問	採点者（大学教員）に数学的厳密さを示せる

#### 3. なぜ差がつくのか・受講後に期待できる変化

極限を「直感的に」しか説明できない受験生は、証明問題や論述問題で得点できない。授業の詳細な内容はここでは述べないが、受講後には（1） $\varepsilon - \delta$ の感覚で極限を語れる、（2）発散・収束の証明問題に対応できる、（3）口頭試問で数学的厳密さを示せる、という変化が起きる。

これまでに皆さんのお子さんと同じ志を持った先輩受験生たちの答案を何十年も採点してきた清光学院の講師陣は、極限問題で「直感的記述」と「 $\varepsilon - \delta$ の論理で書いた答案」の評価の差を採点者として熟知している。