

スプリント数学 No.9

極限を" ε - δ の感覚"で見る ― 無限小・無限大を厳密に扱う入口

導入文

「 x が0に限りなく近づくとき」という高校数学の極限の説明は直感的だが、「どのくらい近いのか」が曖昧なため、難関大の極限問題で論述が浅くなりやすい。大学数学の ε - δ 論法の感覚を入口だけ掴むことで、極限の議論が格段に精密・明快になる。

講義概要

清光学院の講師陣は、これまでに皆さんと同じ志を持った先輩受験生たちの答案を何千枚も採点し、合否を判定してきました。その視点から設計されたこの授業では、 ε - δ 論法を厳密な記号の暗記ではなく「どのくらい近づければ、どのくらい近くなるか」という問答として直感的に理解する。はさみうちの原理・不定形の極限・無限大の比較を、この感覚で再整理し、記述問題で「なぜその極限になるか」を論理的に説明できる力を養う。

授業目標：極限を直感的な「近づく」から、論理的に説明できる厳密な感覚へ引き上げる。

対象者：高3・浪人生の理系志望者。極限の基本を既習で、東大・京大・医学部系の記述問題で極限の論述力を高めたい生徒。

授業時間：授業90分+演習・質疑応答30分

到達目標： ε - δ の感覚を言葉で説明できる／はさみうちの論理を精密に記述できる／不定形の極限を根拠付きで処理できる

授業構成 (90分) + 演習・質疑応答 (30分)

授業90分：1 導入：「近づく」が曖昧なために崩れる論述例を提示 2 概念導入： ε - δ を「挑戦と応答のゲーム」として直感化 3 はさみうち： ε - δ の感覚ではさみうちを再解釈 4 不定形： $0/0$ ・ ∞/∞ ・ $\infty-\infty$ の処理を論理で整理 5 無限大の比較：多項式・指数・対数の大小関係を直感化 6 演習：記述式極限問題を論理付きで処理 7 まとめ：「どのくらい近いのか」を先に定める習慣

追加30分：不定形の極限問題を論理の筋道を明示しながら解く演習を行い、記述の精密さについて質疑応答を行う。

板書・スライド骨子： ε - δ の問答イメージ／はさみうちの精密な記述／不定形の整理法／無限大の大小比較

課題：極限問題3題について「なぜその値に収束するか」を、はさみうちや大小比較の論理を明示して記述する。

備考：高校・予備校の先生方／編入学試験および大学院受験への橋渡しの基礎確認をしたい方にも対応。