AP SEIKO — スプリント数学 No.11

数列の和を"テレスコーピング"で解く
—— 部分分数分解を設計図として使う

🎯 **今日のゴール：**

② 採点者が「理解している」と判断する答案の書き方を習得する

「テレスコーピング（Telescoping）」——隣り合う項が消えあって和が簡潔になる——という手法を **部分分数分解・差分演算子・Abel の総和法**まで一本化する。「総和 = 設計された消去の連鎖」という視点で、複雑な数列の和を一瞬で処理する。

📌 この授業の問い

1. **Σ1/(k(k+1))=1−1/(n+1) をテレスコーピングで一瞬で示せるか？**
2. **部分分数分解の係数決定を「カバー・アップ法」で高速化できるか？**
3. **Σk/(k+1)! のような「階乗を含む和」をテレスコーピングで処理できるか？**

※ 高校：「部分分数に分解して計算」→ 大学：「差分演算・Abel 総和・生成関数との接続」

💡 テレスコーピングの核心原理

📐 テレスコーピングの一般原理

f(k) = g(k+1) − g(k)（差分）と書けるとき：

$$\sum_{k=1}^{n} f(k) = g(n+1) - g(1)$$

「望遠鏡（Telescope）が縮むように、中間項が全部消える」

🔑 **部分分数分解とカバー・アップ法** 1/(k(k+1)) = A/k + B/(k+1) の係数決定：

カバー・アップ法：分子の k に各極を代入

A：k=0 を代入 → 1/(0+1) = 1、B：k=−1 を代入 → 1/(−1) = −1

→ 1/(k(k+1)) = **1/k − 1/(k+1)**（差分の形！）

$\sum_{k=1}^{n} 1/(k(k+1)) = \Sigma(1/k-1/(k+1)) = (1-1/2)+(1/2-1/3)+\cdots+(1/n-1/(n+1))$

= **1 − 1/(n+1) = n/(n+1)**

採点者の視点

採点者はここを見ている —— 数列の和・部分分数の問題で合格答案はこういう「構造」をしている

① なぜ同じ答えでも評価が違うのか

清光学院の講師陣は、これまでに皆さんと同じ志を持った先輩受験生たちの答案を何千枚も採点し、合格・不合格の判定を下してきました。その経験から言えることが一つあります。

「正しい答えを出していても、なぜそう考えたのかが見えない答案は、採点者の印象に残らない。」

数列の和・部分分数の問題では、*テレスコーピングの構造*の理解が答案の質を大きく左右します。

② 数列の和・部分分数の問題で採点者が見ているポイント

「隣接項の差として書けるから」と構造を示す答案が採点者に「見抜いている」と映る

💡 **この授業の使い方**

各問題のワンポイントには「採点者がどこを評価するか」の視点が含まれています。答えを出すだけでなく、根拠を一文添える習慣を意識しながら取り組んでください。

③ 総合型選抜・口頭試問でも同じ構造が問われる

採点者（大学教員）が口頭試問で確認したいのは「答えが出るか」ではなく「思考の構造を説明できるか」です。この授業で習得する「上から俯瞰する」視点は、あらゆる試験形式に通用します。

📚 続きは講義でご覧いただけます

この教材には、採点者の視点・核心的な解法・入試問題・演習・まとめがさらに収録されています。
大学教授陣が設計した「普通の授業では出会えない接続点」を体験できる完全版は講義でご提供いたします。