AP SEIKO — スプリント数学 No.13

座標幾何を"変換"で解く
—— 平行移動・回転・対称を一本化する

🎯 **今日のゴール：**

② 採点者が「理解している」と判断する答案の書き方を習得する

「座標を変える」という発想で、複雑な図形問題を一瞬で整理する。 **平行移動・回転・対称移動の行列表現**を統一し、「変換 = 座標系の乗り換え」という視点で二次曲線・軌跡・対称問題を設計できるようになる。

📌 この授業の問い

1. **二次曲線 $ax^2+bxy+cy^2+dx+ey+f=0$ の「xy項」を回転で消せるか？**
2. **点 P の直線 l に関する対称点 P' を「変換の合成」で求められるか？**
3. **楕円 $x^2/a^2+y^2/b^2=1$ の面積 πab を、単位円への変換で瞬時に求められるか？**

※ 高校：「グラフの平行移動は式を置き換える」→ 大学：「変換の合成・行列による統一・ヤコビアン」

💡 変換の核心：「行列で一本化」

📐 基本変換の行列表現

平行移動：$(x,y)\to(x+a,\ y+b)$（行列では同次座標を使う）

回転（角 θ）：$[[\cos\theta,-\sin\theta],[\sin\theta,\cos\theta]]$

対称（x軸）：$[[1,0],[0,-1]]$　対称（y=x）：$[[0,1],[1,0]]$

🔑 **変換の合成 = 行列の積** 変換 T_1 の後に T_2 を適用 → 合成変換の行列 = $T_2 \cdot T_1$（順序に注意）

xy項を消す回転角：

$ax^2+bxy+cy^2$ の xy項を消すには $\theta=\arctan((a-c)/b)/2$（主軸回転）

→ 回転後は X^2・Y^2 のみの標準形に変換される

採点者の視点

採点者はここを見ている —— 座標変換・平行移動の問題で合格答案はこういう「構造」をしている

① なぜ同じ答えでも評価が違うのか

清光学院の講師陣は、これまでに皆さんと同じ志を持った先輩受験生たちの答案を何千枚も採点し、合格・不合格の判定を下してきました。その経験から言えることが一つあります。

「正しい答えを出していても、なぜそう考えたのかが見えない答案は、採点者の印象に残らない。」

座標変換・平行移動の問題では、*変換の根拠*の理解が答案の質を大きく左右します。

② 座標変換・平行移動の問題で採点者が見ているポイント

「x軸方向にa平行移動した曲線であるから」と変換の意味を示す答案が高評価

💡 **この授業の使い方**

各問題のワンポイントには「採点者がどこを評価するか」の視点が含まれています。答えを出すだけでなく、根拠を一文添える習慣を意識しながら取り組んでください。

③ 総合型選抜・口頭試問でも同じ構造が問われる

採点者（大学教員）が口頭試問で確認したいのは「答えが出るか」ではなく「思考の構造を説明できるか」です。この授業で習得する「上から俯瞰する」視点は、あらゆる試験形式に通用します。

📚 続きは講義でご覧いただけます

この教材には、採点者の視点・核心的な解法・入試問題・演習・まとめがさらに収録されています。
大学教授陣が設計した「普通の授業では出会えない接続点」を体験できる完全版は講義でご提供いたします。