

AP SEIKO — スプリント数学 No.15

数学的帰納法を"ドミノ倒し"から"構造的証明"へ

—— 強い帰納法・二重帰納法

 今日のゴール:



② 採点者が「理解している」と判断する答案の書き方を習得する

「 $n=k$ で成立 \rightarrow $n=k+1$ で成立」という通常の帰納法から脱皮し、**強い帰納法** ($n \leq k$ で全て成立 \rightarrow $n=k+1$)・**二重帰納法**・**整礎帰納法**を使いこなす。フィボナッチ数列・グラフ理論・ゲーデルの不完全性定理への接続まで見渡す。

 この授業の問い


1. 「 $n=k$ で成立するとすると $n=k+1$ でも成立」——この論理の"設計"はどこで崩れるか?
2. 強い帰納法 (" $n \leq k$ 全てで成立"を使う)が必要になるのはどんな状況か?
3. 二重帰納法 (n, m の2変数)はどう設計するか? フィボナッチとどう繋がるか?

※ 高校:「通常の帰納法で十分」 \rightarrow 大学:「強い帰納法・整礎帰納法・構造的帰納法で論理を厳密化」

 帰納法の3段進化 帰納法の種類と使い分け

通常 \rightarrow 強い帰納法 \rightarrow 整礎帰納法 (最小元の存在)

「前の1つ」しか使わない通常の帰納法では証明できない命題が存在する——今日はその境界線を見る

 **強い帰納法の構造** 【基底】 $n=1$ (または $n=0$) で命題 $P(n)$ が成立

【帰納段】 $n \leq k$ である全ての整数で $P(n)$ が成立すると仮定 $\rightarrow P(k+1)$ を示す

↑ 通常の帰納法との差: 「 $P(k)$ のみ」ではなく「 $P(1), P(2), \dots, P(k)$ 全て」を使える

採点者の視点

採点者はここを見ている —— 数学的帰納法の問題で合格答案はこういう「構造」をしている

① なぜ同じ答えでも評価が違うのか

清光学院の講師陣は、これまでに皆さんと同じ志を持った先輩受験生たちの答案を何千枚も採点し、合格・不合格の判定を下してきました。その経験から言えることが一つあります。

「正しい答えを出していても、なぜそう考えたのかが見えない答案は、採点者の印象に残らない。」

数学的帰納法の問題では、*帰納法の構造的説明*の理解が答案の質を大きく左右します。

② 数学的帰納法の問題で採点者が見ているポイント

「 $k=n$ のとき成立と仮定すると」の仮定の意味を示した答案が記述点を分ける

 この授業の使い方

各問題のワンポイントには「採点者がどこを評価するか」の視点が含まれています。答えを出すだけでなく、根拠を一文添える習慣を意識しながら取り組んでください。

③ 総合型選抜・口頭試問でも同じ構造が問われる

採点者（大学教員）が口頭試問で確認したいのは「答えが出るか」ではなく「思考の構造を説明できるか」です。この授業で習得する「上から俯瞰する」視点は、あらゆる試験形式に通用します。

続きは講義でご覧いただけます

この教材には、採点者の視点・核心的な解法・入試問題・演習・まとめがさらに収録されています。

大学教授陣が設計した「普通の授業では出会えない接続点」を体験できる完全版は講義でご提供いたします。

清光学院 AP SEIKO 理系講座 © 清光教育総合研究所