AP SEIKO — スプリント数学 No.20

確率分布を"母関数"で統一する
—— 二項・ポアソン・正規の流れを一本化

🎯 **今日のゴール：**
② 採点者が「理解している」と判断する答案の書き方を習得する
確率分布を「個々の公式」から「母関数の族」として再設計する。 **二項分布 → ポアソン分布への極限・正規分布への中心極限定理**を モーメント母関数（MGF）という統一ツールで処理し、 「分布の特徴 = 母関数の形」という視点を身につける。

📋 **新課程対応版（2026年改訂）** ｜ 正規分布は新課程数学B必修。本講座ではモーメント母関数（MGF）・中心極限定理の証明・ポアソン分布との統一枠組みまで完成させます。

📌 **この授業の問い**

1. **B(n,p) で np=λ 一定のまま n→∞ にすると、なぜポアソン分布 Po(λ) に近づくのか？**
2. **モーメント母関数 M(t)=E[e^{tX}] から平均・分散を一瞬で取り出せるか？**
3. **中心極限定理——なぜ「独立同分布の和」は必ず正規分布に収束するのか？**

※ 高校：「各分布の公式を個別記憶」→ 大学：「MGFの対数（キュムラント母関数）で全分布を統一」

💡 モーメント母関数（MGF）の核心

📐 MGFの定義と性質

$$M(t) = E[e^{tX}] = \Sigma\ E[X^n] \cdot t^n/n!$$

$M'(0) = E[X]$（平均）、$M''(0) = E[X^2]$、$Var(X) = M''(0) - (M'(0))^2$

🔑 三大分布のMGF比較

分布	MGF M(t)	平均・分散
二項 $B(n,p)$	$(1-p+pe^t)^n$	np、$np(1-p)$
ポアソン $Po(\lambda)$	$\exp(\lambda(e^t-1))$	λ、λ
正規 $N(\mu,\sigma^2)$	$\exp(\mu t+\sigma^2t^2/2)$	μ、σ^2

採点者の視点

採点者はここを見ている —— 確率分布・母関数の問題で合格答案はこういう「構造」をしている

① なぜ同じ答えでも評価が違うのか

清光学院の講師陣は、これまでに皆さんと同じ志を持った先輩受験生たちの答案を何千枚も採点し、合格・不合格の判定を下してきました。その経験から言えることが一つあります。

「正しい答えを出していても、なぜそう考えたのかが見えない答案は、採点者の印象に残らない。」

確率分布・母関数の問題では、*各分布の特性関数の意味*の理解が答案の質を大きく左右します。

② 確率分布・母関数の問題で採点者が見ているポイント

「積率母関数により平均・分散を一括で求めると」と根拠を示す答案が採点者に明快と映る

💡 **この授業の使い方**
各問題のワンポイントには「採点者がどこを評価するか」の視点が含まれています。答えを出すだけでなく、根拠を一文添える習慣を意識しながら取り組んでください。

③ 総合型選抜・口頭試問でも同じ構造が問われる

採点者（大学教員）が口頭試問で確認したいのは「答えが出るか」ではなく「思考の構造を説明できるか」です。この授業で習得する「上から俯瞰する」視点は、あらゆる試験形式に通用します。

📚 続きは講義でご覧いただけます

この教材には、採点者の視点・核心的な解法・入試問題・演習・まとめがさらに収録されています。
大学教授陣が設計した「普通の授業では出会えない接続点」を体験できる完全版は講義でご提供いたします。