AP SEIKO — スプリント数学 No.21

行列を"線形変換"として見る
—— 固有値・固有ベクトルで全てが繋がる

🎯 **今日のゴール：**

② 採点者が「理解している」と判断する答案の書き方を習得する

行列の演算は新課程数学Cで復活した。では「固有値・固有ベクトル」とは何か？本講座ではそこから対角化・行列の指数関数まで、大学線形代数の核心を完成させる。 行列を「計算の道具」から「空間を変換する写像」として再設計する。 **固有値・固有ベクトル・対角化・行列の指数関数（e^A）**まで一本化し、 「行列を対角化すれば、複雑な変換が独立した軸方向の伸縮に分解できる」という視点を身につける。

📋 **新課程対応版（2026年改訂）** ｜ 行列の演算は新課程数学Cに復活。本講座では固有値・固有ベクトル・対角化という大学数学の視点で完成させます。

📌 **この授業の問い**

1. **「$Av = \lambda v$（固有方程式）」は何を意味しているのか？幾何学的に説明できるか？**
2. **2×2行列の対角化 $A = PDP^{-1}$ を使って A^n を瞬時に計算できるか？**
3. **行列の指数関数 e^A を使って連立微分方程式 $x' = Ax$ を解けるか？**

※ 高校：｢行列の積の計算｣ → 大学：｢固有値分解・スペクトル定理・行列指数・線形ODE｣

💡 固有値・対角化の核心

📐 固有値方程式と対角化

$$Av = \lambda v \Leftrightarrow \det(A - \lambda I) = 0 \text{（特性方程式）}$$

A が n 個の線形独立な固有ベクトルを持つとき：$A = PDP^{-1}$（D は固有値の対角行列）

🔑 **対角化のメリット** $A^n = PD^nP^{-1}$（D^n は対角成分を n 乗するだけ）
$e^A = Pe^DP^{-1}$（e^D は対角成分を e の指数にするだけ）

幾何学的意味：固有ベクトルの方向には「伸縮のみ」が起きる。 行列はその方向に λ 倍する。対角化 = 「伸縮しやすい座標系」への乗り換え。

採点者の視点

採点者はここを見ている —— 行列・線形変換の問題で合格答案はこういう「構造」をしている

① なぜ同じ答えでも評価が違うのか

清光学院の講師陣は、これまでに皆さんと同じ志を持った先輩受験生たちの答案を何千枚も採点し、合格・不合格の判定を下してきました。その経験から言えることが一つあります。

「正しい答えを出していても、なぜそう考えたのかが見えない答案は、採点者の印象に残らない。」

行列・線形変換の問題では、*固有値の幾何学的意味*の理解が答案の質を大きく左右します。

② 行列・線形変換の問題で採点者が見ているポイント

「固有ベクトル方向には拡大・縮小のみ起きるから」と根拠を示す答案が採点者に「理解している」と映る

> 💡 **この授業の使い方**
> 各問題のワンポイントには「採点者がどこを評価するか」の視点が含まれています。答えを出すだけでなく、根拠を一文添える習慣を意識しながら取り組んでください。

③ 総合型選抜・口頭試問でも同じ構造が問われる

採点者（大学教員）が口頭試問で確認したいのは「答えが出るか」ではなく「思考の構造を説明できるか」です。この授業で習得する「上から俯瞰する」視点は、あらゆる試験形式に通用します。

📚 続きは講義でご覧いただけます

この教材には、採点者の視点・核心的な解法・入試問題・演習・まとめがさらに収録されています。
大学教授陣が設計した「普通の授業では出会えない接続点」を体験できる完全版は講義でご提供いたします。