AP SEIKO — スプリント数学 No.8

二項定理を"展開の設計図"として使う ―― 係数・余り・近似を一本化する

🎯 **今日のゴール：**

② 採点者が「理解している」と判断する答案の書き方を習得する

二項定理 $(a+b)^n = \Sigma\ C(n,k)\ a^{n-k} b^k$ を「展開の設計図」として使いこなす。 **特定の係数を取り出す・合同式で余りを求める・近似計算に使う・一般化二項定理まで** を一本化し、確率・組み合わせ・解析と整数の交差点まで到達する。

📌 この授業の問い

1. **二項定理の係数 C(n,k) を「x^k の係数を取り出す機械」として使えるか？**
2. **$x=1$ や $x=-1$ を代入して $\Sigma\ C(n,k) = 2^n$・偶数項の和 ＝ 奇数項の和 ＝ 2^{n-1} を導出できるか？**
3. **一般化二項定理 $(1+x)^\alpha = \Sigma\ C(\alpha,k)\ x^k$（$|x|<1$）でどんな計算ができるか？**

※ 高校：「展開する・係数を求める」→ 大学：「生成関数・近似・無限級数展開・組合せ論」

💡 高校解法 vs 大学解法の比較

論点	高校の解法	大学の解法（生成関数）
特定項の係数	展開して C(n,k) を求める	「x^k の係数 ＝ C(n,k)」として設計図的に読む
Σ C(n,k) の値	具体的に展開して確認	$x=1$を代入：2^n、$x=-1$を代入：0（偶奇の相殺）
$\sqrt{1.02}$ の近似	計算機を使う	一般化二項定理：$(1+0.02)^{(1/2)} \approx 1 + 0.01 - \cdots \approx 1.01$
組み合わせの恒等式	帰納法・具体計算	生成関数の乗算：$(1+x)^m(1+x)^n = (1+x)^{m+n}$ からバンダームォンデの恒等式

採点者の視点

採点者はここを見ている —— 二項定理の問題で合格答案はこういう「構造」をしている

① なぜ同じ答えでも評価が違うのか

清光学院の講師陣は、これまでに皆さんと同じ志を持った先輩受験生たちの答案を何千枚も採点し、合格・不合格の判定を下してきました。その経験から言えることが一つあります。

「正しい答えを出していても、なぜそう考えたのかが見えない答案は、採点者の印象に残らない。」

二項定理の問題では、*係数を求める根拠*の理解が答案の質を大きく左右します。

② 二項定理の問題で採点者が見ているポイント

「二項定理の一般項より」と根拠を示した答案は採点者に「設計して解いている」と映る

💡 **この授業の使い方**

各問題のワンポイントには「採点者がどこを評価するか」の視点が含まれています。答えを出すだけでなく、根拠を一文添える習慣を意識しながら取り組んでください。

③ 総合型選抜・口頭試問でも同じ構造が問われる

採点者（大学教員）が口頭試問で確認したいのは「答えが出るか」ではなく「思考の構造を説明できるか」です。この授業で習得する「上から俯瞰する」視点は、あらゆる試験形式に通用します。

📚 続きは講義でご覧いただけます

この教材には、採点者の視点・核心的な解法・入試問題・演習・まとめがさらに収録されています。
大学教授陣が設計した「普通の授業では出会えない接続点」を体験できる完全版は講義でご提供いたします。