

AP SEIKO — スプリント数学 No.9

極限を"ε - δの感覚"で見る

—— 無限小・無限大を厳密に扱う入口

🎯 今日のゴール：

② 採点者が「理解している」と判断する答案の書き方を習得する

「 $x \rightarrow a$ のとき $f(x) \rightarrow L$ 」を **ε - δ 論法で厳密に定義**し、直感的な極限の計算を「任意の $\varepsilon > 0$ に対して…」という数学的言語で再記述できるようになる。はさみ打ちの定理・ロピタルの定理・テイラー展開との接続まで一本化する。

📌 この授業の問い

1. $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$ の ε - δ 定義を日本語と記号の両方で言えるか？
2. $\lim_{x \rightarrow 0} (\sin x)/x = 1$ をはさみ打ちの定理で証明できるか？
3. ロピタルの定理はどんな条件で使えるか？無条件に使ってよいのか？

※ 高校：「グラフを見て極限を読む・代入して計算」 → 大学：「ε - δ 論法による厳密な定義・はさみ打ち・ロピタル・テイラー展開」

💡 高校解法 vs 大学解法の比較

論点	高校の解法	大学の解法 (ε - δ)
極限の定義	「 x が a に近づくと $f(x)$ が L に近づく」(直感)	$\forall \varepsilon > 0, \exists \delta > 0, 0 < x - a < \delta \Rightarrow f(x) - L < \varepsilon$
$(\sin x)/x$ の極限	グラフを見て「1に近づく」	はさみ打ち： $\cos x \leq (\sin x)/x \leq 1$ (0)
0/0 型の極限	因数分解・有理化	ロピタルの定理： $\lim f/g = \lim f'/g'$ (条件付き)
精度のよい近似	計算機	テイラー展開： $f(x) \approx f(a) + f'(a)(x - a) + \dots$ (局所近似)

採点者の視点

採点者はここを見ている —— 極限・ ε - δ の問題で合格答案はこういう「構造」をしている

① なぜ同じ答えでも評価が違うのか

清光学院の講師陣は、これまでに皆さんと同じ志を持った先輩受験生たちの答案を何千枚も採点し、合格・不合格の判定を下してきました。その経験から言えることが一つあります。

「正しい答えを出していても、なぜそう考えたのかが見えない答案は、採点者の印象に残らない。」

極限・ ε - δ の問題では、**極限の定義と直感の理解**が答案の質を大きく左右します。

② 極限・ ε - δ の問題で採点者が見ているポイント

「直感的に0に近づく」でなく「 ε - δ で厳密に言えば」と一文添えると記述点上がる

 この授業の使い方

各問題のワンポイントには「採点者がどこを評価するか」の視点が含まれています。答えを出すだけでなく、根拠を一文添える習慣を意識しながら取り組んでください。

③ 総合型選抜・口頭試問でも同じ構造が問われる

採点者（大学教員）が口頭試問で確認したいのは「答えが出るか」ではなく「思考の構造を説明できるか」です。この授業で習得する「上から俯瞰する」視点は、あらゆる試験形式に通用します。

続きは講義でご覧いただけます

この教材には、採点者の視点・核心的な解法・入試問題・演習・まとめがさらに収録されています。

大学教授陣が設計した「普通の授業では出会えない接続点」を体験できる完全版は講義でご提供いたします。

清光学院 AP SEIKO 理系講座 © 清光教育総合研究所